PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

Profesor
Fortunato Mendoza

ESTADÍSTICA

ANÁLISIS COMBINATORIO

ANÁLISIS COMBINATORIO

CONCEPTO

Es parte de la Aritmética que estudia los diversos arreglos o selecciones que podemos formar con los elementos de un conjunto dado

El Análisis Combinatorio también se define como una manera práctica y abreviada de contar. Las operaciones o actividades que se presentan son de designadas como **eventos** o sucesos.

I. PRINCIPIOS

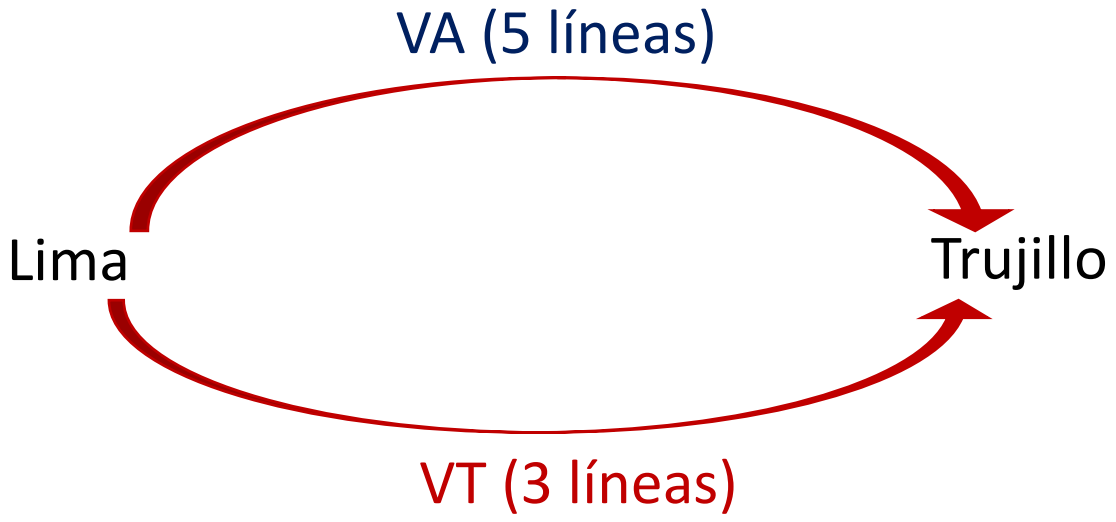
a) Principio de Adición:

Si un evento A puede realizarse de **m** maneras diferentes y otro evento B puede realizarse de **n** maneras distintas; no es posible que ambos eventos se realicen juntos ($A \cap B = \emptyset$) entonces la elección del evento A o B (en el sentido excluyente; o lo uno o lo otro) se puede realizar de (**m** + **n**) maneras diferentes.

Aplicación 1

Jorge desea viajar de Lima a Trujillo y tiene a su disposición 5 lineas aéreas y 3 lineas terrestres; ¿de cuántas maneras diferentes podrá viajar ?

Resolución:



Como ir por vía aérea e ir por vía terrestre son eventos mutuamente excluyentes

Por el principio de adición:

maneras = $5 + 3 = 8$

Rpta : 8

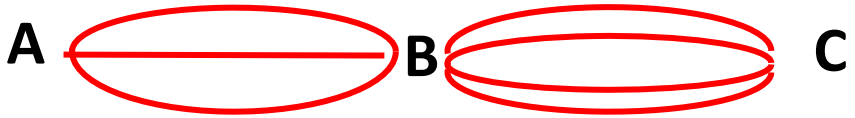
b) Principio de Multiplicación

Si un evento A puede efectuarse de **m** maneras diferentes y si después de cada una de éstas elecciones otro evento B puede realizarse de **n** maneras distintas; entonces la elección del evento A y B (simultáneamente o una a continuación de otra) se puede efectuar de (**m** x **n**) maneras diferentes.

Aplicación 2:

De una ciudad A a una ciudad B existen 3 caminos diferentes y de B a C existen 4 caminos distintos. Calcule de cuántas maneras diferentes Evelia podrá viajar de A a C pasando siempre por B.

Resolución:



Como ir de A a B y luego de B a C son eventos independientes

Por el principio de multiplicación: $\#\text{maneras} = 3 * 4 = 12$

Rpta: 12

II. PERMUTACIÓN

Se denomina así a los diferentes ordenamientos o arreglos con una parte o con todos los elementos de un conjunto. Dependiendo de los elementos y la forma de realizar los ordenamientos se clasifican en:

a) Permutación Lineal

Se denomina así a los ordenamientos o arreglos realizados en una línea de referencia.

Ejemplo:

Con las letras A, B y C; realice todos los ordenamientos de tres letras diferentes que se pueden realizar.

Resolución:

Ordenamientos: ABC; ACB; BAC;
BCA; CAB; CBA

Se obtienen: 6 ordenamientos ó
6 permutaciones

En general:

El número de permutaciones diferentes de **n** elementos distintos está determinado por:

$$\boxed{P_n = n!}$$

Del ejemplo: $P_3 = 3! = 6$

Nota:

Se define: $n! = 1.2.3 \ldots . n \quad ; \quad \forall n \in \mathrm{N}$

Además: $0! = 1$

Ejemplo:

Con las letras A, B y C, realice todos los ordenamientos de dos letras diferentes que se pueden realizar.

Resolución:

Letras: A; B; C

Ordenamientos de dos letras diferentes: AB; AC; BA; BC; CA; CB

Se obtuvieron: 6 ordenamientos ó

6 permutaciones

En general:

El número de permutaciones diferentes de **n** elementos distintos tomados de **r** en **r** está dado por:

$$\boxed{P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

donde: $1 \leq r \leq n$

Del ejemplo: $P_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = 6$

Aplicación 3:

En un concurso de matemática participan 5 alumnos, ¿de cuántas maneras distintas se puede dar la premiación; si no hay empates?

Resolución:

Alumnos: A; B; C; D; E

1°	2°	3°	4°	5°
A	B	C	D	E
A	B	C	E	D
B	A	C	D	E
.				
.				
.				

#maneras = P_5 = 5! = 120

Aplicación 4

En una competencia en el que participan 5 atletas, se entregarán medallas de oro, plata y bronce a los tres primeros en llegar a la meta. Si llegasen uno a continuación del otro;¿de cuántas maneras se puede efectuar la premiación?

Resolución:

Atletas: A; B; C; D; E

1° 2° 3°

A B C

C D E

C E D

.

.

.

$$\#\text{maneras} = P_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2}$$

$$\#\text{maneras} = 60$$

Otro Método:

Por el principio de multiplicación:

1° 2° 3°

$$\#\text{maneras} = 5 \times 4 \times 3$$

$$\#\text{maneras} = 60$$

b) Permutación con repetición

Es un ordenamiento o arreglo de elementos, en los cuales algunos son de una misma clase.

Ejemplo:

Ordenar en fila las letras de la palabra AABBB

Resolución:

Ordenando:

A A B B B
B A A B B
B B A A B
B B B A A
A B A B B
B A B A B
B B A B A
A B B A B
B A B B A
A B B B A

ordenamientos = 10

En general:

Si se tiene **n** elementos tales que hay

$\mathbf{r_1}$ elementos repetidos de una misma clase;

$\mathbf{r_2}$ elementos repetidos de una segunda clase

y así sucesivamente hasta

$\mathbf{r_k}$ elementos repetidos de una k-ésima clase;

el número de permutaciones diferentes está dado por:

$$P^{n}_{(r_1;r_2;\ldots;r_k)} = \frac{n!}{r_1!.r_2!.\ldots.r_k!}$$

Donde: $r_1 + r_2 + \ldots + r_k = n$

Del ejemplo:

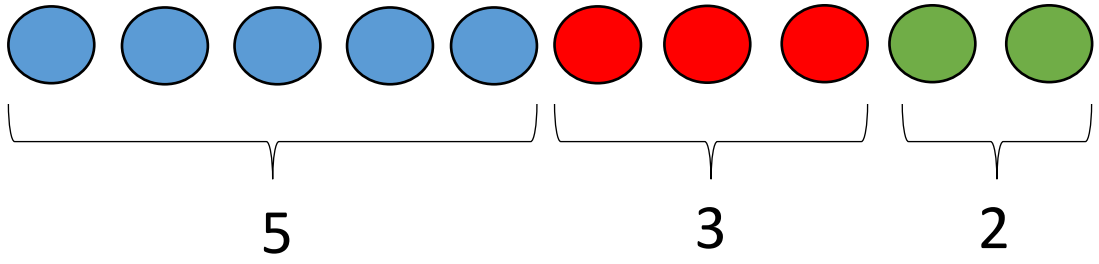
$$P^{5}_{(3;2)} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{120}{6.2} = 10$$

Aplicación 5:

¿De cuántas maneras se puede ordenar en una fila 10 bolas del mismo tamaño, de las cuales 5 son azules, 3 son rojas y 2 verdes?

Resolución:

Se tiene:



Como se va a ordenar 10 bolas y hay algunos que se repiten

Estamos en el caso de permutación con repetición

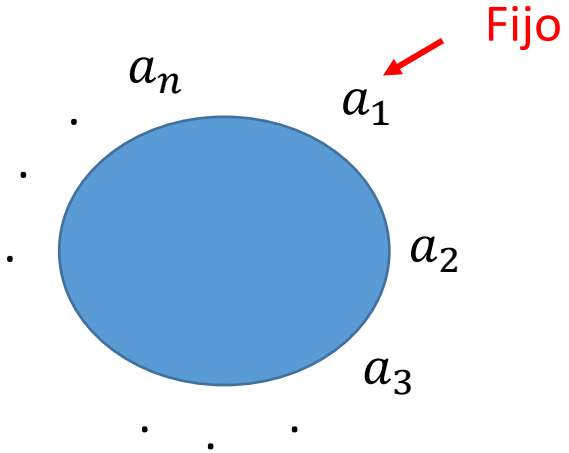
#maneras = $P^{10}_{(5;3;2)} = \frac{10!}{5!3!2!} = \frac{5!6.7.8.9.10}{5!.6.2} = 2520$

c) Permutación Circular

Es un ordenamiento o arreglo de los elementos alrededor de un objeto o punto de referencia (lo que hace suponer que todos ellos se encuentran en una linea imaginaria cerrada).Debido a esto no podemos decir cuál es el primer o el último elemento, y lo que se estila es hacer fijar uno de los elementos y tomarlo como referencia; así los demás elementos pueden permutarse de todas las formas posibles.

En general:

El número de maneras de ordenar **n** elementos diferentes dispuestos en forma circular está dado por:



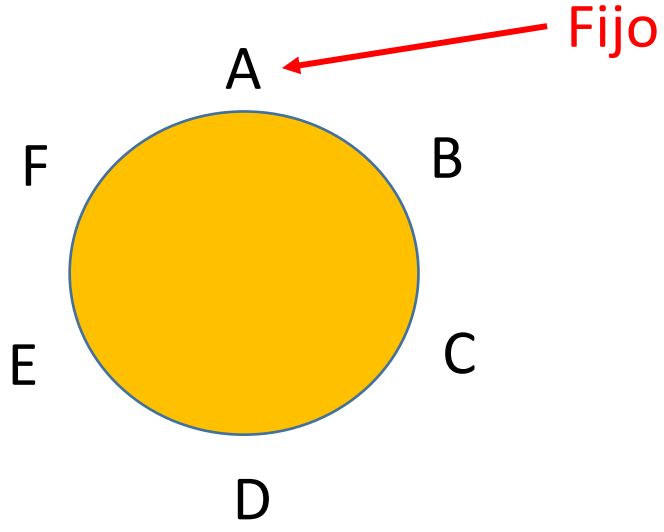
$$P_{c(n)} = (n-1)!$$

Aplicación 6:

¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar 6 personas alrededor de una mesa circular?.

Resolución:

Personas: A; B; C; D; E; F



maneras= 5! = 120

III. COMBINACIÓN

Se denomina así a los diferentes grupos que pueden formarse con todos o con parte de los elementos de un conjunto; sin considerar el orden de los elementos.

Ejemplo:

Con las letras A, B , C y D ; realice todas las agrupaciones de tres letras diferentes que se pueden realizar.

Resolución:

Letras: A; B; C y D

Agrupando:

A; B y C
A; B y D
A; C y D
B; C y D

4 agrupamientos ó
4 combinaciones

En general:

El número de combinaciones diferentes de **n** elementos distintos tomados de **k** en **k** está dado por:

$$\boxed{C_k^n = \frac{n!}{k!.(n-k)!}}$$

Del ejemplo: $C_3^4 = \frac{4!}{3!.1!} = \frac{24}{6.1} = 4$

En forma práctica:

$$C_2^{10} = \frac{10.9}{2.1} = 45$$

$$C_3^{10} = \frac{10.9.8}{3.2.1} = 120$$

Aplicación 7:

De un total de 5 varones y 8 mujeres. Se pide:

a) ¿De cuántas maneras se puede elegir un comité de tres personas?

b) ¿De cuántas maneras se puede elegir un equipo de 2 varones y 3 mujeres?

Resolución:

Total: 5V y 8M $\longrightarrow$ 13 personas

a) Comité : 3 personas

#maneras = $C_3^{13} = \frac{13.12.11}{3.2.1}$ = 286

$\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$

$C_3^8 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$

b) Equipo : 2V y 3M

#maneras =$C_2^5\ C_3^8 = 10.56$ = 560

Propiedades:

1) $\boxed{C_k^n = C_{n-k}^n}$

Ejemplos

$C_7^{10} = C_3^{10} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$

$C_9^{11} = C_2^{11} = \frac{11 \cdot 10}{2 \cdot 1} = 55$

2) $\boxed{C_0^n + C_1^n + C_2^n + \dots + C_n^n = 2^n}$

Ejemplo

$C_0^{10} + C_1^{10} + C_2^{10} + \dots + C_{10}^{10} = 2^{10}$

NOTAS

$\boxed{C_0^n = 1}$ $\boxed{C_1^n = n}$ $\boxed{C_n^n = 1}$

Ejemplos

$C_0^{10} = 1$

$C_1^8 = 8$

$C_6^6 = 1$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. En un campeonato de fútbol participan 17 equipos. Los premios son medallas de oro, de plata y de bronce. ¿De cuántas formas éstas pueden ser distribuidas?

A) 4 913 **B) 4 352** **C) 4 080**

D) 3 825 **E) 48**

Resolución

Total 17 equipos

16

Por el principio de Multiplicación

15

Medallas : O P B

$$\# \text{ maneras} = \underset{O}{17} * \underset{P}{16} * \underset{B}{15}$$

$$\# \text{ maneras} = 4080$$

Clave: C

2. Los hijos de la señora María son: Carlos, José, Roger, Carmen y Néstor. Ninguno es mellizo. Si deseamos averiguar el orden en que nacieron estos hermanos, ¿cuántas posibilidades son?

A) 24 **B) 120** **C) 720**

D) 5 040 **E) 40 320**

Resolución

Hijos: C ; J ; R ; K ; N

Orden

1°	2°	3°	4°	5°
C	J	R	K	N
J	C	R	K	N
J	C	R	N	K
.				
.				
.				

Como se esta haciendo ordenamientos, estamos en un caso de permutación

$\#\ \text{maneras} = 5!$

$\#\ \text{maneras} = 120$

Clave: B

03. Se tiene 4 telas de color rojo idénticas, 3 telas de color azul idénticas y 5 telas de color anaranjado idénticas. Una señal se puede construir acomodando en una fila las 12 telas. ¿Cuántas señales diferentes se pueden construir?

A) 12! **B) 2 772** **C) 27 720**

D) $\frac{12!}{5!}$ **E)** $\frac{12!}{7!}$

Resolución

$$\text{Telas } \underbrace{RRRR}_{4}\ \underbrace{AAA}_{3}\ \underbrace{NNNNN}_{5}$$

Como se ordena en una fila y hay elementos que se repiten, entonces estamos en una permutación con repetición

$$\#\text{maneras} = \frac{12!}{4!\ 3!\ 5!} = \frac{\cancel{5!}\ \cancel{.6}\ .7\ .8\ .9\ .10\ .11\ .12}{24\ \cancel{.6}\ \cancel{.5!}}$$

$\#\text{man} = 27\ 720$

Clave: C

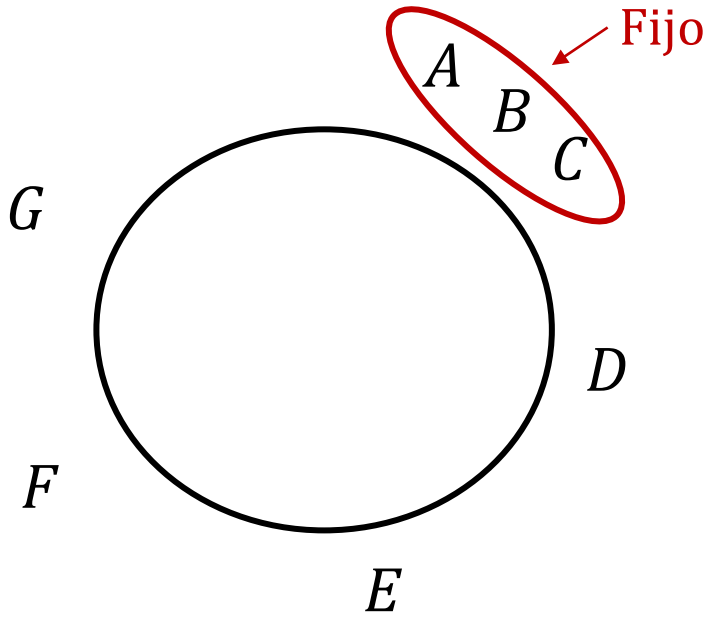
04. Siete personas se sientan al azar alrededor de una circunferencia. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar tal que 3 personas en particular quedan contiguas?

A) 144 **B) 72** **C) 36**

D) 720 **E) 120**

Resolución

Personas: A ; B ; C ; D ; E ; F ; G



$\#\text{maneras} = 4!\ 3!$

$\#\text{maneras} = 24 * 6$

$\#\text{maneras} = 144$

Clave: A

05. Un estudiante debe contestar 5 preguntas de un examen que consta de 8 preguntas. ¿De cuántas maneras diferentes puede contestar las 5 preguntas si obligatoriamente debe contestar sólo 2 de las 3 primeras?

A) 20 **B) 25** **C) 28**

D) 30 **E) 36**

Resolución

Preguntas: $\underbrace{P_1; P_2; P_3}_{2}; \underbrace{P_4; P_5; P_6; P_7; P_8}_{3}$

$C_2^3 = C_1^3 = 3$

$C_3^5 = C_2^5 = 10$

Elige 5 preguntas

$\#\text{ maneras} = C_2^3\ C_3^5 = 3 * 10$

$\#\text{maneras} = 30$

Clave: D

06. De un conjunto de 8 hombres y 7 mujeres, ¿de cuántas maneras se puede elegir un comité de 10 miembros de tal modo que tenga por lo menos 5 mujeres?

A) 1 666 **B) 1 722** **C) 1 844**

D) 1 872 **E) 1 936**

Resolución

Total: 8H y 7M

Se elije un comité: 10
- 1°Forma: 5H y 5M
- 2°Forma: 4H y 6M
- 3°Forma: 3H y 7M

$C_5^8 \; C_5^7$

Elegir un comite equivale a elegir un grupo

Entonces es caso de una combinación

$$\#\text{ maneras} = C_5^8 C_5^7 + C_4^8 C_6^7 + C_3^8 C_7^7$$

$$\#\text{maneras} = 56 \,.\, 21 + 70 \,.\, 7 + 56 \,.\, 1$$

$$\#\text{man} = 1\,722$$

Clave: B

07. Una familia compuesta por 2 padres y 3 hijos, se tomaron una fotografía. Si los padres deben estar juntos y todos ordenados en fila, ¿de cuántas maneras se pueden tomar la fotografía?

A) 12 **B) 24** **C) 36**

D) 48 **E) 50**

Resolución

Padres: P; M

Hijos: A ; B ; C

$\boxed{P \quad M}$ A B C

Si los padres deben estar juntos, entonces se considera como un solo elemento

$\#\text{maneras} = 4!\ .\ 2! = 24*2$

$\#\text{maneras} = 48$ **Clave: D**

08. Encontrar el número de maneras diferentes que se pueden ordenar 5 libros grandes, 4 libros medianos y 3 libros pequeños en una alacena de tal manera que todos los libros del mismo tamaño estén juntos.

A) 34 560 **B) 51 840** **C) 86 400**

D) 103 680 **E) 120 960**

Resolución

Libros grandes: $G_1; G_2; G_3; G_4; G_5$

Libros medianos: $M_1; M_2; M_3; M_4$

Libros pequeños: $P_1; P_2; P_3$

Ordenando

$$\boxed{G_1 \quad G_2 \quad G_3 \quad G_4 \quad G_5} \quad \boxed{M_1 \quad M_2 \quad M_3 \quad M_4} \quad \boxed{P_1 \quad P_2 \quad P_3}$$

Como los libros del mismo tamaño están juntos se considera como un solo elemento

$\#\text{man} = 3!\ 5!\ 4!\ 3!$

$\#\text{man} = 6\,.\,120\,.\,24\,.\,6 \ = 103680$

Clave: D

09. Calcule el número de formas en que se pueden sentar 4 parejas de esposos alrededor de una mesa circular si:

a. Hombres y mujeres alternan.

b. Cada mujer se sienta junto a su esposo.

A) 576 y 6 B) 576 y 24 C) 144 y 96 D) 144 y 24 E) 576 y 96

Resolución

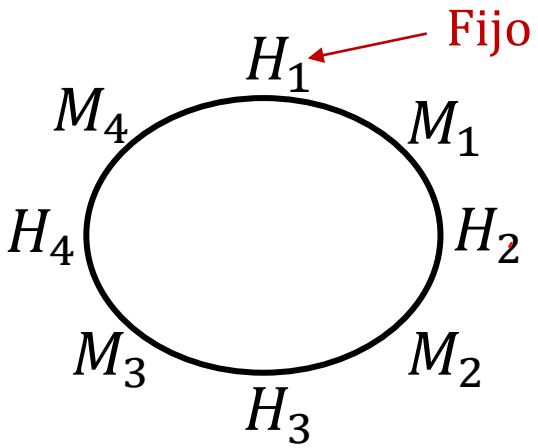
1° Pareja: H_1 ; M_1

2° Pareja: H_2 ; M_2

3° Pareja: H_3 ; M_3

4° Pareja: H_4 ; M_4

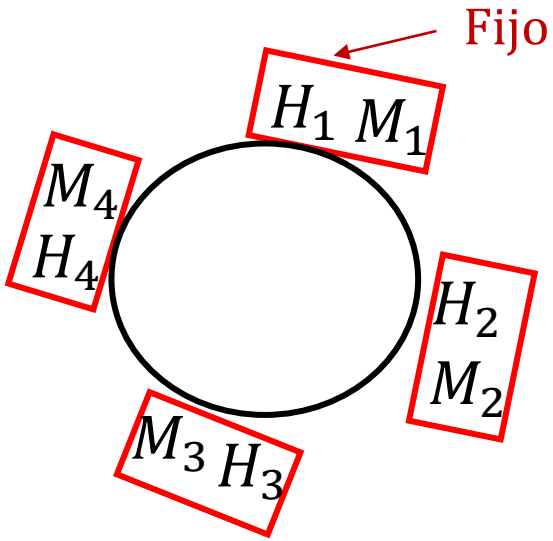
a) Hombres y mujeres alternan



#man= 4! *3!

#man= 24*6 = 144

b) Parejas juntas



#man= 3! *2*2*2*2

#man= 6*16 = 96

Clave: C

10. ¿De cuántas maneras se pueden sentar 6 personas alrededor de una mesa circular, sabiendo que dos de ellas no pueden sentarse juntas?

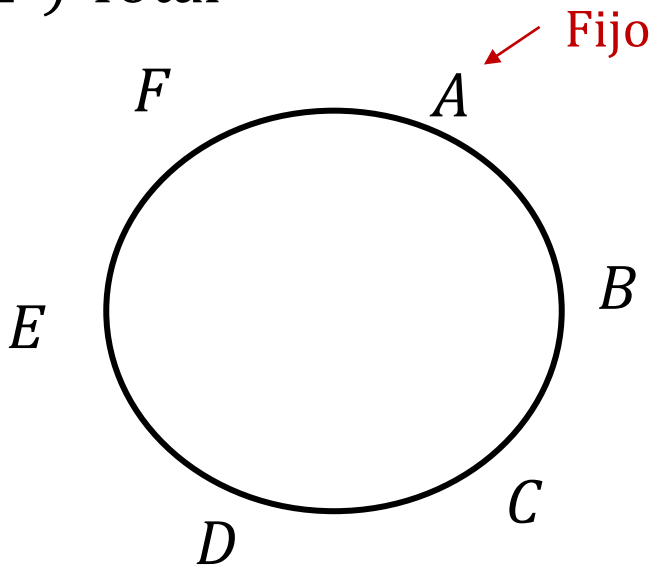
A) 120 **B) 96** **C) 72** **D) 42** **E) 36**

Resolución

Personas: A ; B ; C ; D ; E ; F

Condición: A y B no pueden sentarse juntas

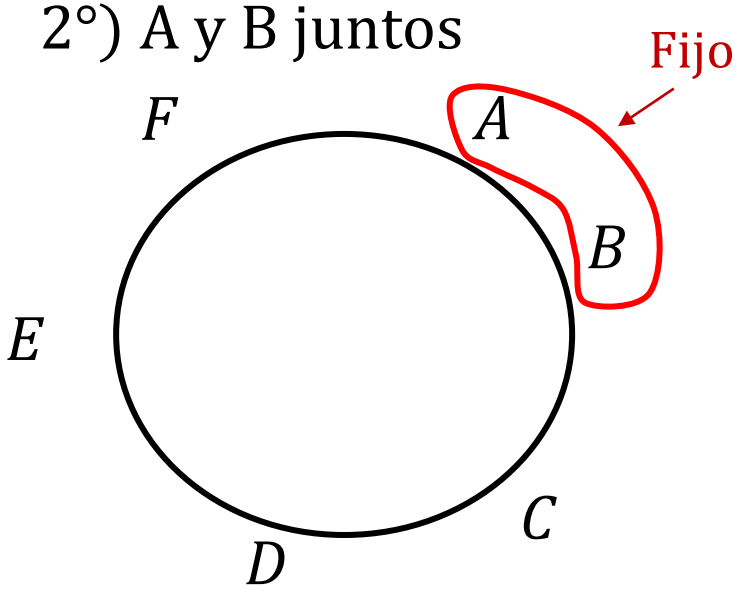
1°) Total



$\#man = 5!$

$\#man = 120$

2°) A y B juntos



$\#man = 4!\,.2!$

$\#man = 24\,.\,2$

$\#man = 48$

$\therefore$ # maneras $= 120 - 48 = 72$

$(A\ y\ B\ no\ juntos)$

Clave: C

11. En un grupo hay 4 profesores y 7 estudiantes. ¿De cuántas formas se puede formar un comité de 5 personas, si el profesor E y el alumno A no pueden estar ambos en el comité?

A) 362 **B) 462** **C) 378** **D) 84** **E) 450**

Resolución

Total: 4 prof. $\begin{cases} E \\ 3 \end{cases}$ y 7 estud. $\begin{cases} A \\ 6 \end{cases}$

Comité: 5 pers (E y A no pueden estar ambos en el comité)

1) Total:

$\#\text{maneras } C_5^{11} = \dfrac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 462$

2) E y A están en el comité

$\#\text{man} = C_3^9 = \dfrac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 84$

Luego # maneras (E y A no están ambos en el comité) $= 462 - 84 = 378$

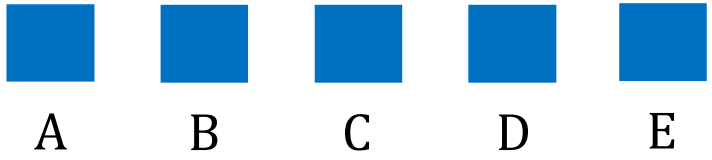
12. ¿De cuántas maneras se puede distribuir 3 objetos idénticos en 5 cajas distintas de tal modo que cada caja contiene a lo mucho 1 objeto?

A) 10 **B) 12** **C) 15**

D) 20 **E) 60**

Resolución

Cajas:



Como se va a distribuir 3 objetos idénticos y que en cada caja contiene a lo mucho 1 objeto

Por cada grupo de 3 cajas que se elija, se colocará un objeto en cada caja, en consecuencia habrá una manera

$\#\ \text{maneras} = C_3^5 = 10$

Clave: A

13. Si x; y; z pertenecen a los enteros no negativos, ¿cuántas soluciones tiene la siguiente ecuación?

$$x + y + z = 9$$

A) 42 **B) 48** **C) 55** **D) 60** **E) 72**

Resolución

$x\,;y\,;z \in \{0\,;1\,;2\,;3\,;\ldots.\}$

$x + y + z = 9$

$1 + 2 + 6 = 9 \longrightarrow . + . . + ...$

$2 + 1 + 6 = 9 \longrightarrow . . + . + ...$

$5 + 0 + 4 = 9 \longrightarrow . . . . . ++ . . . .$

$3 + 2 + 4 = 9 \longrightarrow . . . + . . + ...$

$\vdots$

Observación:

En cada solución tenemo la permutación de 11 elementos **de los cuales 9 son idénticos (puntos)** y otras 2 también son idénticos (+)

Permutación con Repetición

$$\#\text{soluciones} = \frac{11!}{9!\ 2!} = \frac{\cancel{9!}.10.11}{\cancel{9!}.2}$$

$$\#\ \text{soluciones} = 55$$

Si $x + y + z + w = 10 \rightarrow \begin{cases} 10 \text{ puntos} \\ 3\ + \end{cases}$

$$\#\text{sol} = \frac{13!}{10!\,3!} = 286$$

Clave: C

14. ¿De cuántas formas se puede ordenar las letras de la palabra PASAMANO sin que haya dos A seguidas?

A) 120 **B) 20** **C) 240**

D) 1 200 **E) 2 400**

Resolución

Palabra: P A S A M A N O

Piden ordenar las letras sin que haya dos A seguidas

1°) Ordenamos las letras diferentes de A

2°) Luego de los 6 espacios indicados elegimos 3 para colocar las letras A

$_\ P\ _\ S\ _\ M\ \underline{A}\ N\ \underline{A}\ O\ \underline{A}$

$\#\text{maneras} = 5!\ C_3^6$

$\#\text{maneras} = 120\,.\,20$

$\#\ \text{maneras} = 2\ 400$

Clave: E

15. En un escenario deben salir en fila 5 bailarinas y 4 cantantes. Un cantante no puede ir detrás de otro. ¿De cuántas maneras pueden salir al escenario?

A) 5 760 B) 4 320 C) 2 880 D) 2 800 E) 43 200

Resolución

Bailarinas: $B_1; B_2; B_3; B_4; B_5$ Cantantes: $C_1; C_2; C_3; C_4$

Salen en fila

Condición: Un cantante no puede ir detras de otro, es decir, los cantantes no pueden estar juntos

1°) Ordenamos a las bailarinas

$_ B_1 \underline{C_1} B_2 \underline{C_2} B_3 _ B_4 \underline{C_3} B_5 \underline{C_4}$

2°) De los 6 espacios indicados elegimos 4 para colocar a los cantantes y luego lo permutamos

#maneras $= 5!\ C_4^6 . 4!$

maneras $= 120 . 15 . 24 = 43\ 200$

Clave: E

16. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar en un automóvil 5 personas, sabiendo que sólo tres de ellas saben conducir?

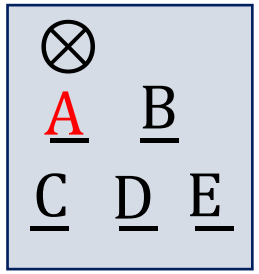
A) 6 **B) 12** **C) 24**

D) 72 **E) 120**

Resolución

Personas: $\underbrace{A\ ;\ B\ ;\ C}_{\text{Saben conducir}}\ ;\ D\ ;\ E$

Ilustrando



1°) Elegimos al que conduce

2°) Los demas lo permutamos

$$\#\text{maneras} = C_1^3 * 4!$$

$$\#\text{maneras} = 3 * 24 = 72$$

Clave: D

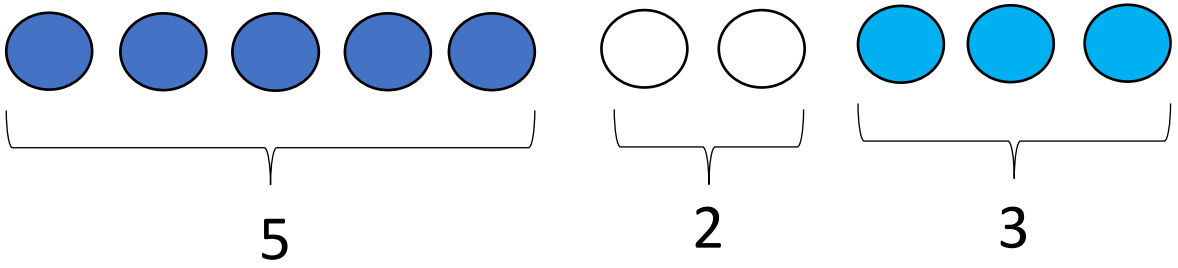
17. ¿De cuántas formas posibles se puede ordenar cinco bolas azules, dos bolas blancas y tres bolas celestes, si las bolas del mismo color no se distinguen entre sí?

A) 2 464 **B) 2 472** **C) 2 476**

D) 2 480 **E) 2 520**

Resolución:

Se tiene:



Como se va a ordenar 10 bolas y hay algunos que se repiten

Estamos en el caso de permutación con repetición

#maneras = $P^{10}_{(5;2;3)} = \frac{10!}{5!2!3!} = \frac{5!6.7.8.9.10}{5!.2.6} = 2520$

Clave: E

18. En una oficina trabajan 6 hombres y 4 mujeres, se desea conformar una comisión de 3 personas. ¿De cuántas formas se puede conformar dicha comisión, si dicha comisión debe ser mixta?

A) 63 **B) 72** **C) 96**

D) 112 **E) 132**

Resolución

Total: 6H y 4M

Como la comisión es mixta, debe tener por lo menos un hombre y una mujer

Comisión : 3 personas $\begin{cases} \text{1ra Forma: 1H y 2M} \\ \text{2da Forma: 2H y 1M} \end{cases}$

$$\#\text{ maneras} = C_1^6 C_2^4 + C_2^6 C_1^4$$

$$\#\text{maneras} = 6\,.\,6 + 15\,.\,4 = 96$$

Clave: C

19. En un grupo hay 4 profesores y 7 estudiantes. ¿De cuántas maneras se puede formar un comité de 5 personas tal que contenga al menos 3 profesores?

A) 7 **B) 80** **C) 84**

D) 90 **E) 91**

Resolución

Total: 4P y 7E

Comité : 5 personas $\begin{cases} 1° \text{ Forma: } 3P \text{ y } 2E \\ 2° \text{ Forma: } 4P \text{ y } 1E \end{cases}$

$$\# \text{ maneras} = C_3^4 C_2^7 + C_4^4 C_1^7$$

$$\#\text{maneras} = 4 \,.\, 21 + 1 \,.\, 7 = 91$$

Clave: E

COMBINACIÓN CON REPETICIÓN

Se denomina así al número de maneras en que se puede escoger un grupo de objetos (distintos o no) de un total de objetos dados.

En general

En general, si se tienen objetos de **n** tipos diferentes, entonces el número de grupos de **k** elementos que podemos formar, pudiéndose repetir elementos se calcula así:

$$CR_k^n = C_k^{n+k-1}$$

Aplicación:

¿De cuántas maneras diferentes se pueden comprar 7 refrescos, en una tienda donde lo ofrecen en 4 sabores diferentes (limón, naranja, manzana y pera) sin mezclarlos?

Resolución:

Como se tiene refrescos de 4 sabores diferentes: n=4

Como se va a comprar 7 refrescos: k=7

Como se va a elegir un grupo de 7 refrescos y los refrescos pueden repetirse, entonces estamos en un caso de combinación con repetición

maneras = $CR_7^4 = C_7^{4+7-1} = C_7^{10} = C_3^{10} = \frac{10.9.8}{3.2.1} = 120$

20. En una tienda venden polos rojos, azules y verdes. Si quiero comprar 6 polos, ¿de cuántas formas puedo hacer la compra?

A) 6 **B) 12** **C) 14**

D) 28 **E) 56**

Resolución

Polos: R ; A ; V $\longrightarrow$ $n = 3$

Se va a comprar 6 polos $\longrightarrow$ $k = 6$

Como se va a elegir un grupo de 6 polos y solamente hay de 3 colores, entonces los polos se van a repetir

Por ejemplo:(2R, 2A y 2V) ó (3R y 3V) ó (6R) ó .....

Estamos en un caso de combinación con repetición

$\#$ maneras $= CR_6^3 = C_6^{3+6-1} = C_6^8$

$\#$maneras $= C_2^8 = 28$

Clave: D

01. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ordenar uno al lado del otro 3 lapiceros rojos, 4 azules y 2 negros si solo son distinguibles por el color?

A) 9! B) 3!x4!x2! C) 560

D) 840 E) 1260

Resolución

Lapiceros: $\underbrace{RRR}_{3}\ \underbrace{AAAA}_{4}\ \underbrace{NN}_{2}$

Permutación con repetición

$$\#\text{maneras} = \frac{9!}{3!\,4!\,2!} = \frac{\cancel{4!} \cdot 5 \cdot \cancel{6} \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{\cancel{6} \cdot \cancel{4!}\ 2} = 1260$$

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS